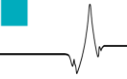




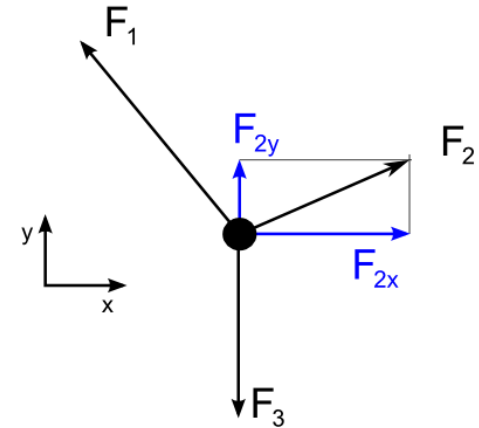
# Statika tuhého tělesa

*Petr Šidlof*

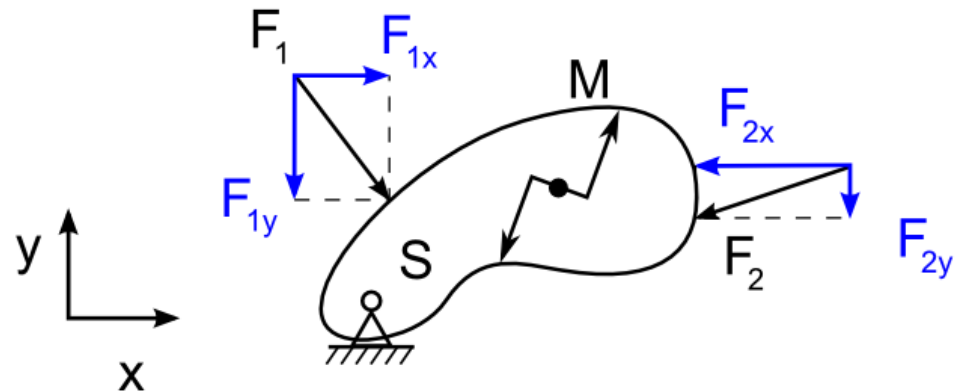


# Rovnováha tuhého tělesa

**Hmotný bod:** v rovnováze když  $\sum \vec{F} = 0$   
→ rovnováha ***sil***



**Tuhé těleso:** v rovnováze když  $\sum \vec{F} = 0, \sum \vec{M} = 0$   
→ rovnováha ***sil a momentů***





# Rovnováha tuhého tělesa

## Silová rovnováha:

$$\rightarrow x: F_{1x} - F_{2x} = 0$$

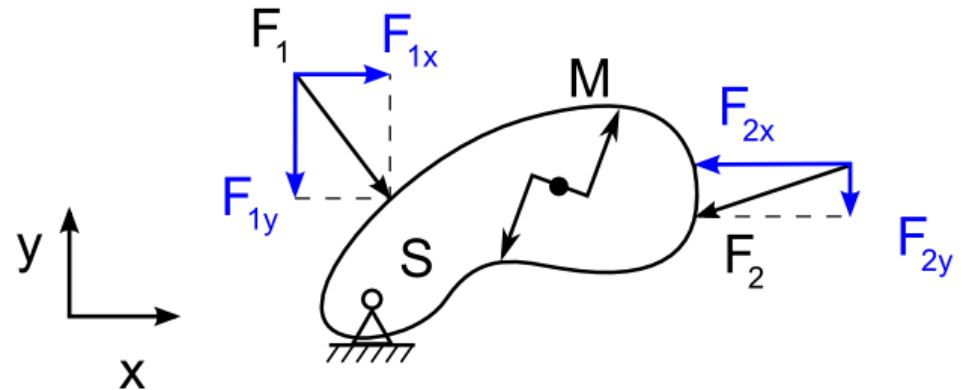
$$\uparrow y: -F_{1y} - F_{2y} = 0$$

síly .. posuvné účinky

## Momentová rovnováha:

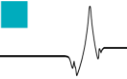
$$\curvearrowright S: \underbrace{M_{F_1} + M_{F_2} + M}_{= 0}$$

momenty.. otáčivé účinky



## Poznámky

- 2D .. 3 rovnice rovnováhy (2+1)
- 3D .. 6 rovnic rovnováhy (3+3)
- silová rovnováha – lze psát v libovolném souřadném systému
- momentová rovnice – lze psát k libovolnému bodu (orientace!)



# Statika vázaného tělesa

pojem síla .. abstrakce (nahrazuje působení okolních těles

→ tělesa vzájemně spojena pomocí **vazeb**

## Vazba

- zprostředkovává působení těles
- omezuje vzájemnou pohyblivost – snižuje počet stupňů volnosti

Uvolnění vazby: působení tělesa nahrazeno silou a/nebo momentem

uvolnění podpěr, spojů, kloubů, svárů → **reakce**



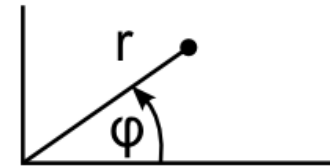
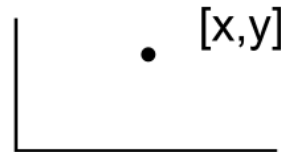


## Počet stupňů volnosti (PSV)

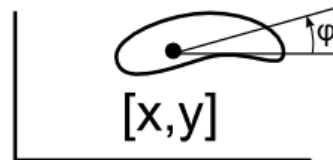
počet souřadnic nutných pro jednoznačný popis polohy systému

### 2D

volný hmotný bod:  $PSV = 2$



volné tuhé těleso:  $PSV = 3$



### 3D

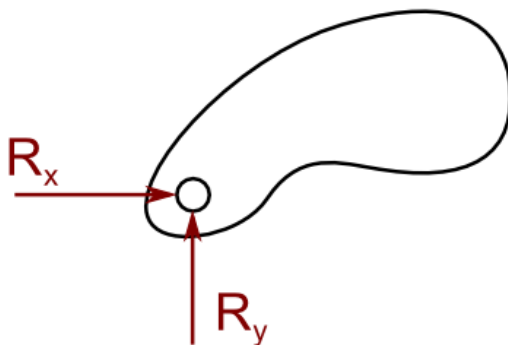
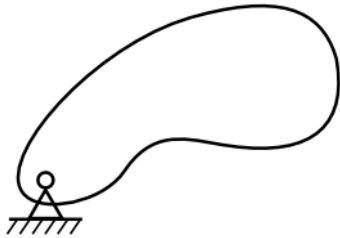
volný hmotný bod:  $PSV = 3$

volné tuhé těleso:  $PSV = 6$

**vazby snižují PSV!**

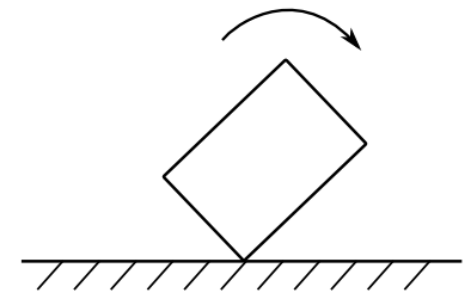


## Reakce ve vazbách: kloub, ložisko



- umožňuje otáčení (blokuje posun)
- odebírá 2 SV (ve 2D) – zbývá 1 SV
- přenáší sílu o dvou složkách

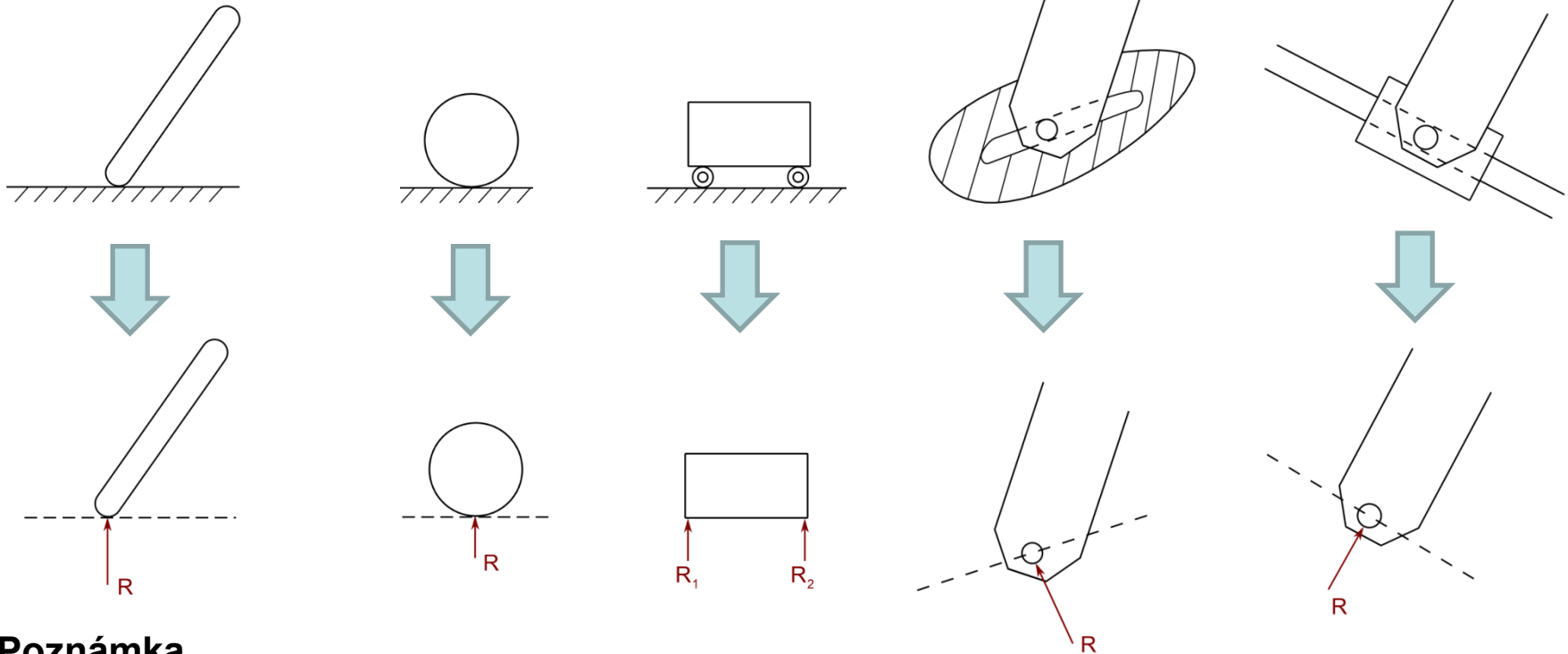
### Poznámka



otáčení kolem rohu (bez prokluzu)  
→ kloub

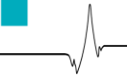


## Reakce ve vazbách: hladká podpora, vedení, podepření válcem

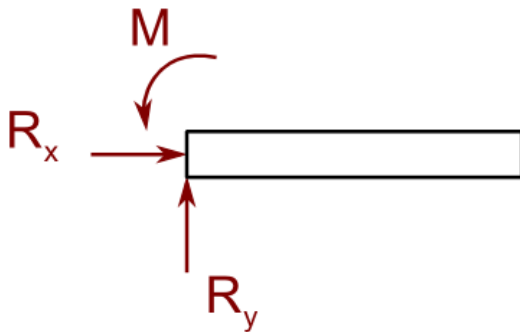
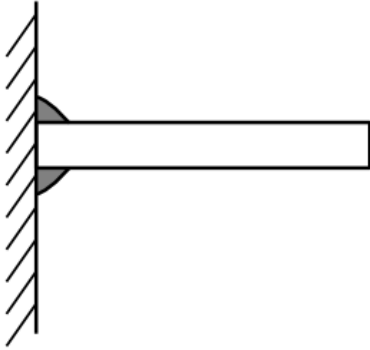


### Poznámka

- v některých učebnicích klasifikováno jako **obecná vazba**
- umožňuje posun  $\leftrightarrow$  a otáčení, blokuje posun  $\updownarrow$
- odebírá 1SV (zbývají 2 SV)
- přenáší 1 složku síly **kolmo** na společnou tečnu křivek



## Reakce ve vazbách: vetknutí

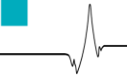


- blokuje posun  $\leftrightarrow$  ,  $\updownarrow$  i otáčení
- odebírá 3SV (zbývá 0 SV)
- přenáší 2 složky síly a moment

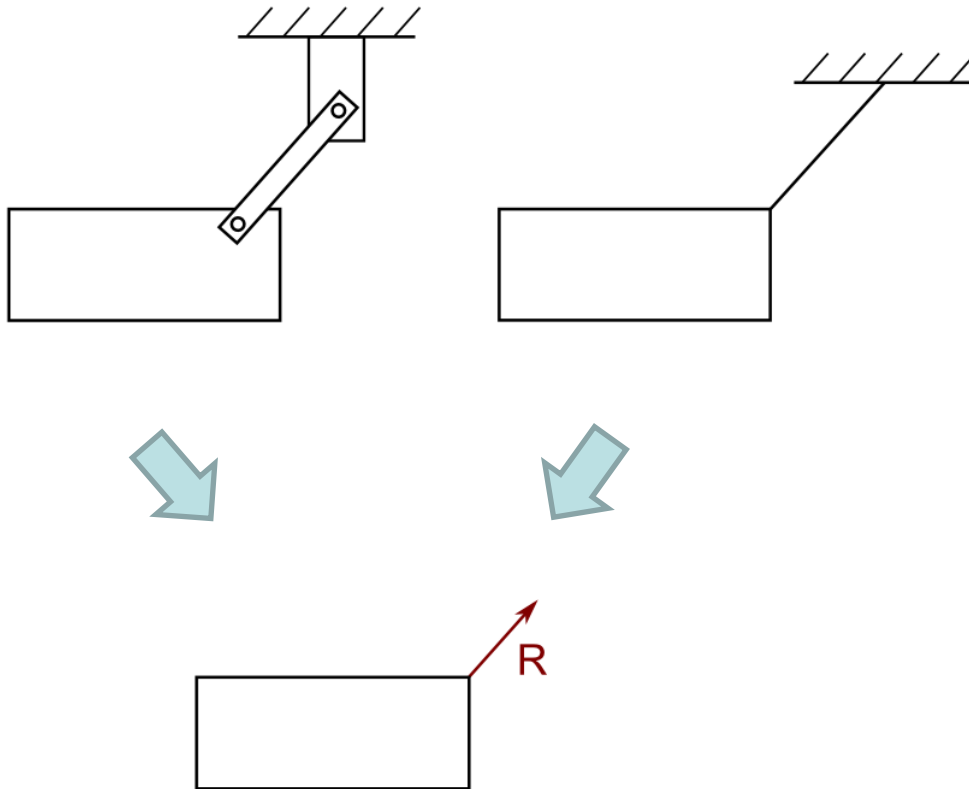
**!! POZOR !!**

častá chyba – zapomíná se na moment

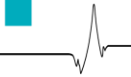




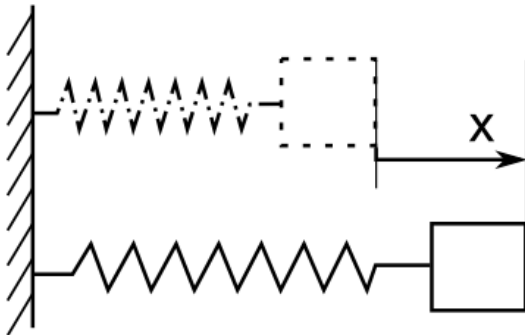
## Reakce ve vazbách: lano, táhlo



- reakce **známého směru** neznámé velikosti
- odebírání 1 SV (zůstávají 2 SV)
- přenáší sílu o jedné složce
- lano je schopné přenést pouze tah (jednostranná vazba), táhlo tah i tlak

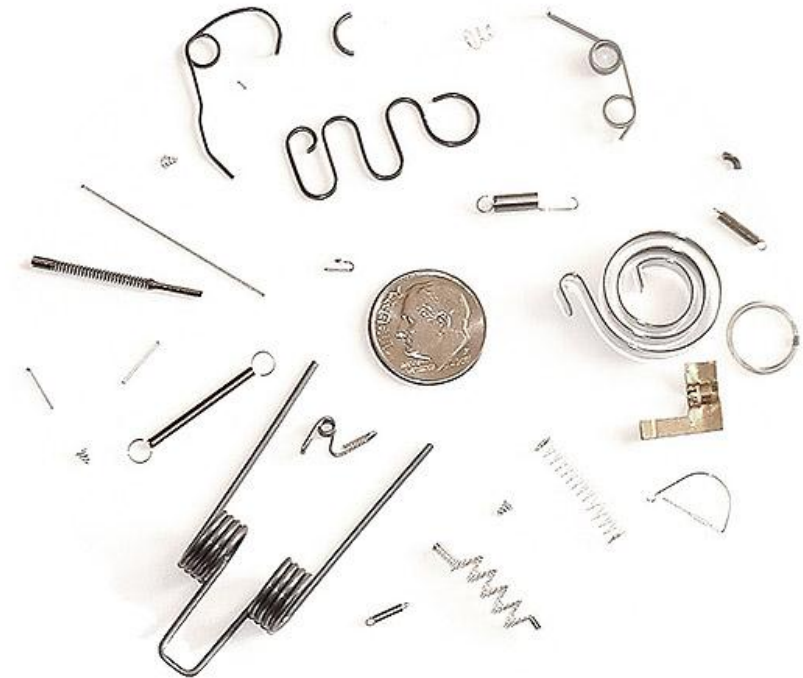


## Speciální vazby: lineární pružina



$$F = k \cdot x$$

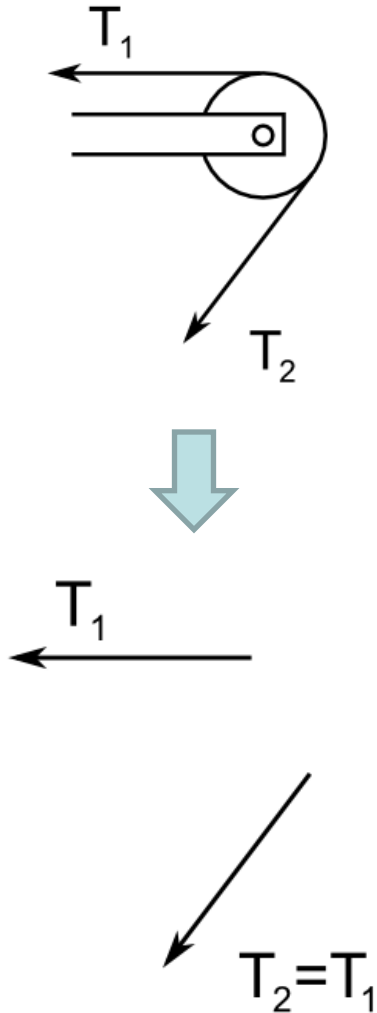
- síla úměrná natažení (stlačení) pružiny



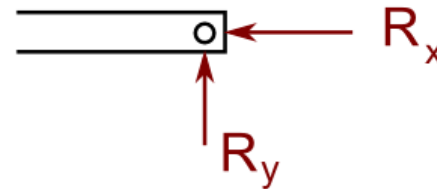
**Nelineární pružiny –**  
obecná závislost síly na vzdálenosti

- tvrdnoucí charakteristika
- měknoucí charakteristika

## Speciální vazby: (ideální) kladka



- otáčí směr síly
- momentová rovnováha  $\rightarrow T_1 = T_2$
- ložisko kladky přenáší reakci se dvěma složkami

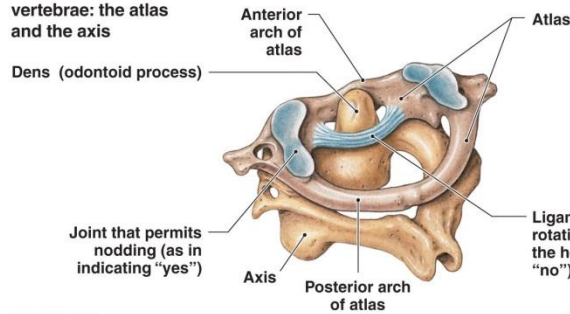




# Vazby ve 3D

## 1. Klouby

The first two cervical vertebrae: the atlas and the axis



© 2011 Pearson Education, Inc.

axiální ložiska a klouby



## Vetknutí

- 3 složky reakce, 3 momenty (blokuje 6 SV)



kulové klouby (3 složky reakce)



radiální ložiska a klouby



# Řešení soustav těles a mechanismů

## Postup

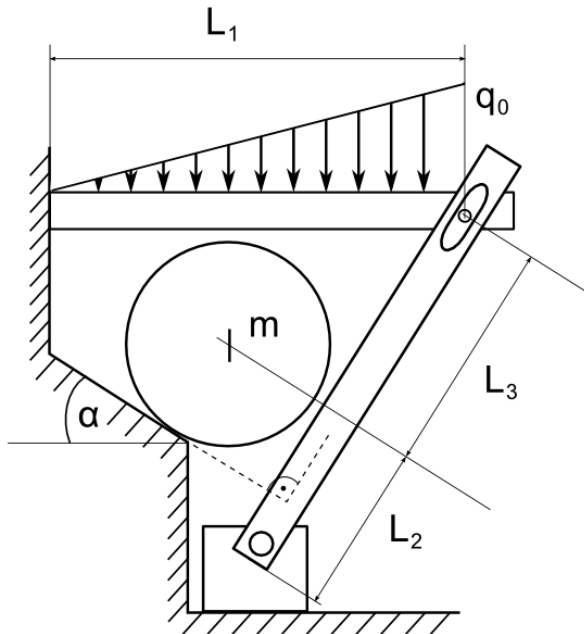
Stejně jako při řešení statiky tuhého tělesa:

- 1) Izolovat těleso, o které se zajímáme
- 2) Nákres izolovaného tělesa
- 3) Náhrada působení okolních těles reakcemi
- 4) Volba souřadného systému
- 5) Sestavení rovnic rovnováhy / pohybových rovnic

## Navíc:

- uvolnění každého tělesa zvlášť
- reakce ve vazbách musí vyhovovat zákonu akce a reakce (stejná velikost, opačný směr)

## Příklad – statika soustavy tuhých těles



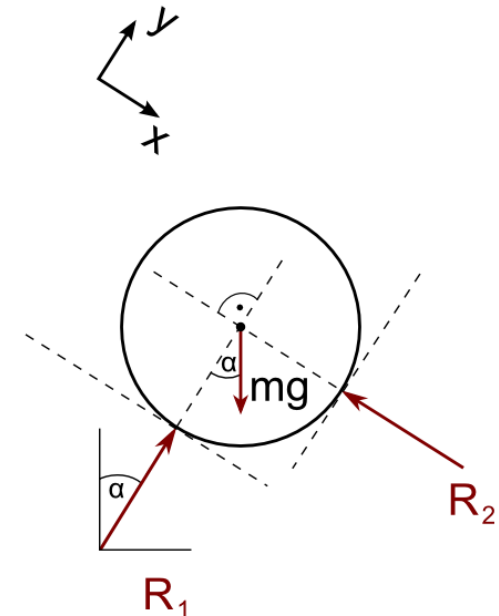
- 1) Nákres izolovaného tělesa (jedno po druhém)
- 2) Náhrada působení okolních těles reakcemi
- 3) Volba souřadného systému
- 4) Sestavení rovnic rovnováhy

### A. válec

$$\rightarrow x: -R_2 + mg \sin \alpha = 0$$

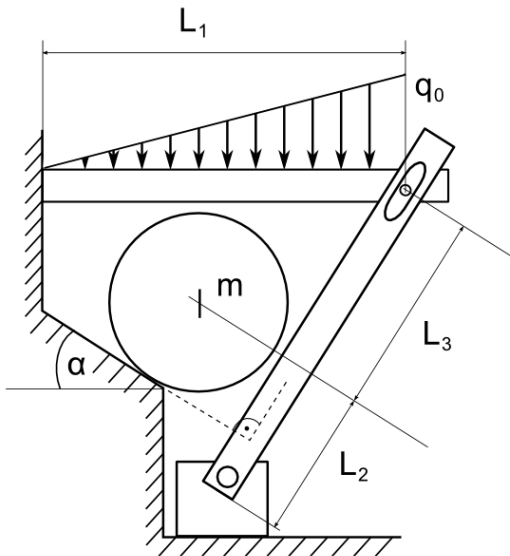
$$\nearrow y: R_1 - mg \cos \alpha = 0$$

$$\curvearrowright S: 0 = 0 \quad (\text{všechny síly prochází} \\ \text{jedním bodem – nemá smysl})$$



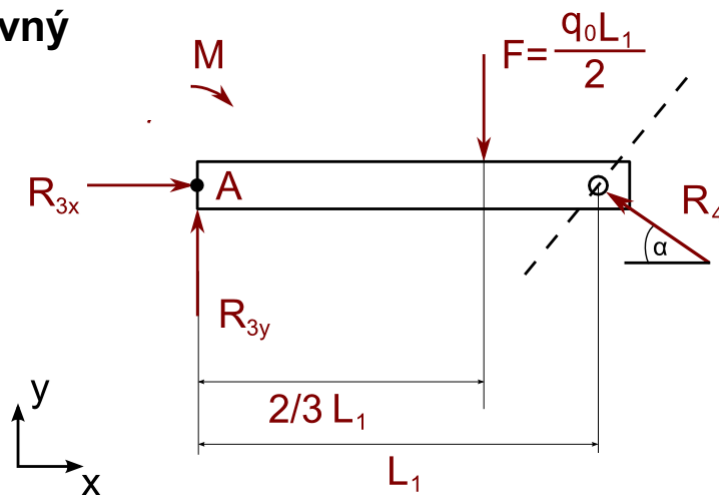


## Příklad – statika soustavy tuhých těles

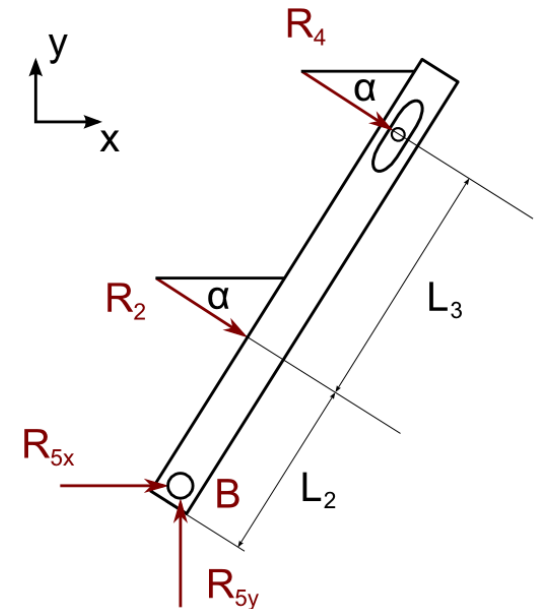


- 1) Nákres izolovaného tělesa (jedno po druhém)
- 2) Náhrada působení okolních těles reakcemi
- 3) Volba souřadného systému
- 4) Sestavení rovnic rovnováhy

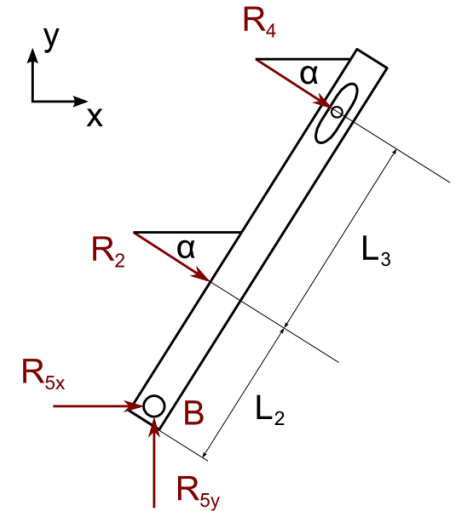
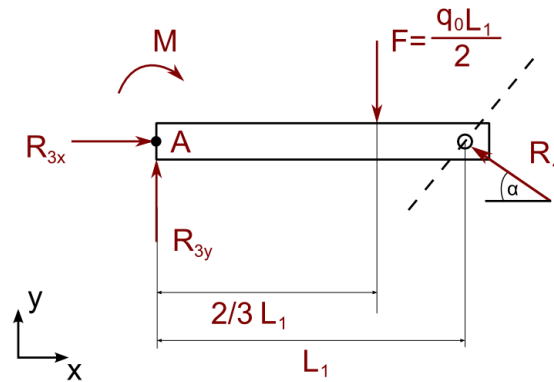
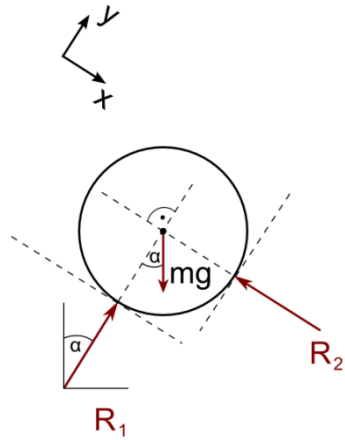
### B. vodorovný nosník



### C. šikmý nosník



## Příklad – statika soustavy tuhých těles



**Neznámé:**  $R_1, R_2, R_{3x}, R_{3y}, M, R_4, R_{5x}, R_{5y} \dots 8x$

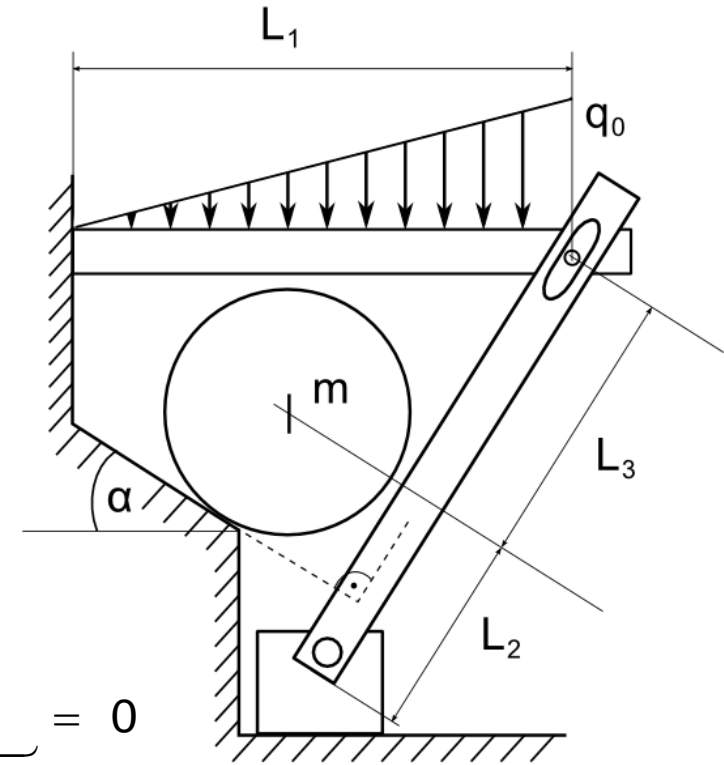
**Rovnic:** 8

→ **staticky určitý** případ (z rovnic rovnováhy je možné vypočítat velikost reakcí)





# Statically determinate and indeterminate systems



Počet stupňů volnosti v předcházejícím příkladu:

$$i = \underbrace{2 \cdot 3}_{\substack{2 \text{ tělesa,} \\ \text{každé 3SV}}} + \underbrace{1 \cdot 2}_{\substack{1 \text{ těleso se} \\ 2 \text{ SV}}} - \underbrace{3}_{\text{vetknutí}} - \underbrace{1}_{\text{vedení}} - \underbrace{2}_{\text{klob}} - \underbrace{2 \cdot 1}_{\substack{2x \text{ hladká} \\ \text{podpora}}} = 0$$

$i = 0$  .... staticky určitá soustava (lze vypočítat reakce z RR, nemůže dojít k pohybu)

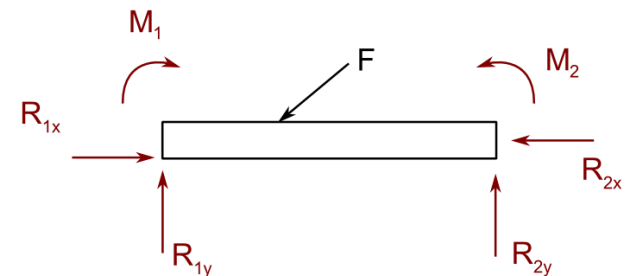
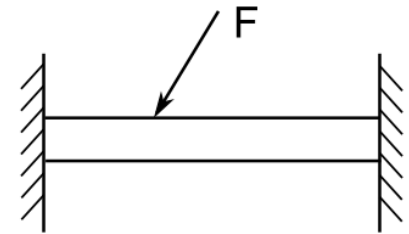
## Statically určité a neurčité systémy

$i < 0$  .... staticky neurčitá soustava

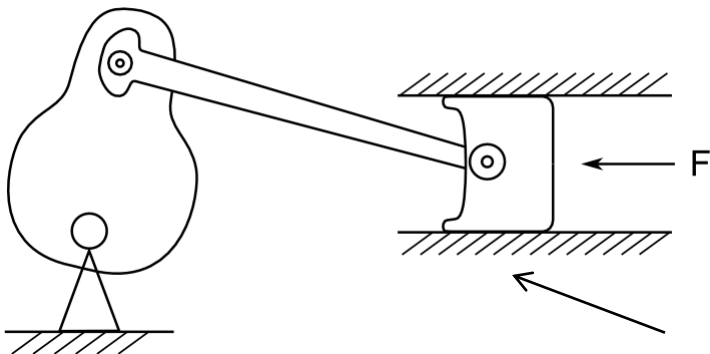
3 rovnice rovnováhy, 6 neznámých (SV)

→ **3 x staticky neurčitá soustava**, v rámci statiky tuhého tělesa nejsem schopen spočítat reakce

pružnost a pevnost ... 3 deformační podmínky → reakce



$i > 0$  .... mechanismy (umožňují pohyb)



$$i = \underbrace{3 \cdot 3}_{\substack{3 \text{ tělesa,} \\ \text{každé 3SV}}} - \underbrace{3 \cdot 2}_{\substack{3 \text{ klouby}}} - \underbrace{2}_{\substack{\text{posuvná vazba}}} = 1$$

posuvná vazba – odebrává 2SV (umožňuje pouze pohyb  $\leftrightarrow$ )