

Mechanika - úvod

Petr Šidlof



Organizace

Kontakt

Petr Šidlof – A04017, tel. 48535 3015, petr.sidlof@tul.cz
konzultace – po dohodě

Studijní materiály

elearning.tul.cz – MCH*Z

Požadavky

Zápočet: 1-2 x písemka

Zkouška:

- písemná část (příklady + teorie)
- ústní část (kdo bude chtít zlepšit známku, či vybojovat 1 nebo 1-)



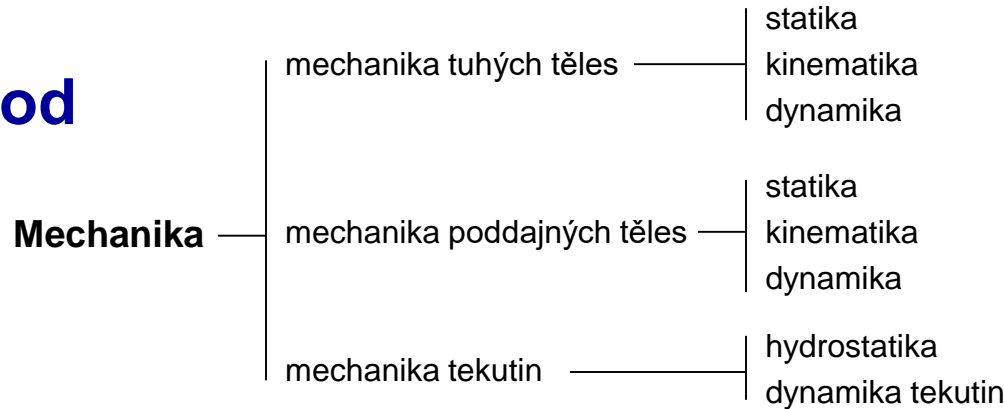
Doporučená literatura

- Riley, Sturges: *Engineering Mechanics – Statics*, John Wiley & Sons, 1993
- Jáč, Polcar: *Mechanika sv.1 – statika*, VŠST, 1982
- Kratochvíl B. - Švorčík V. - Vojtěch D. *Úvod do studia materiálů*. VŠCHT Praha, 2005.
 - UKN
 - http://147.33.74.135/knihy/uid_isbn-80-7080-568-4/pages-img/obsah.html

.. nebo jiná skripta technických škol



Úvod



+ teoretická mechanika, relativistická mech., kvantová mech., ...

Matematický aparát

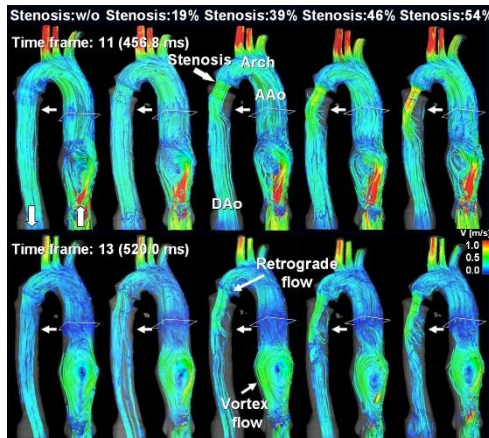
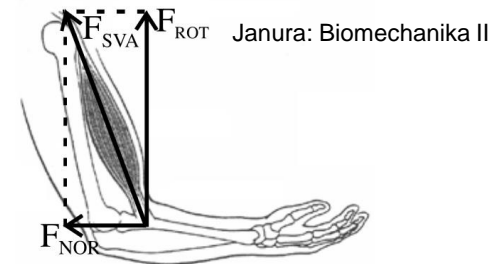
1. Tuhé těleso: algebraické rovnice (statika), obyčejné diferenciální rovnice (kinematika, dynamika)

2. Elastická tělesa, tekutiny: parciální diferenciální rovnice

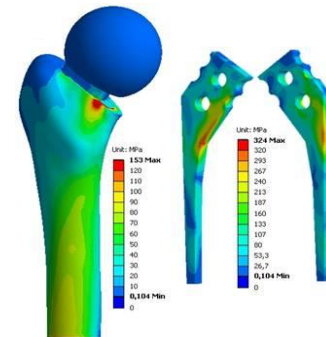
Biomechanika

mechanika živých organismů, tkání a biologických materiálů

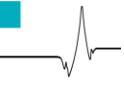
- komplexní, nelineární materiály
- špatná opakovatelnost
- etické aspekty



3D Stream-lines for five different stenosis grades
University Clinic Freiburg, Department of Radiology, Medical Physics



Thielen T, Maas S, Zuerbes A, Waldmann D, Anagnostakos K, Kelm J. Mechanical behaviour of standardized, endoskeleton-including hip spacers implanted into composite femurs. *Int J Med Sci* 2009; 6(5):280-286



Statika hmotného bodu

Petr Šidlof



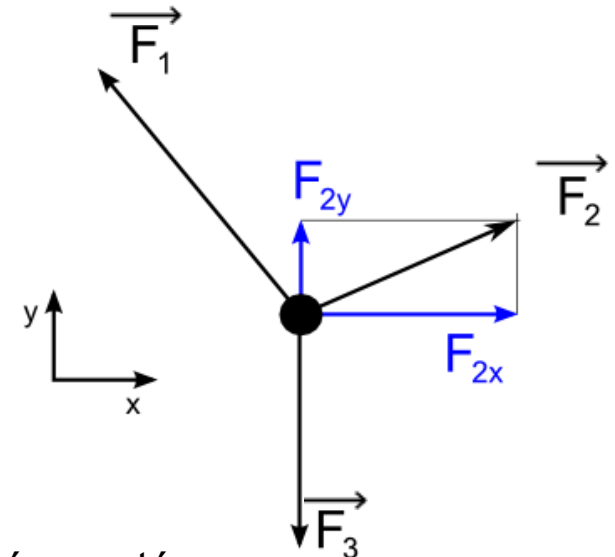
Rovnováha hmotného bodu

Hmotný bod = těleso zanedbatelných rozměrů

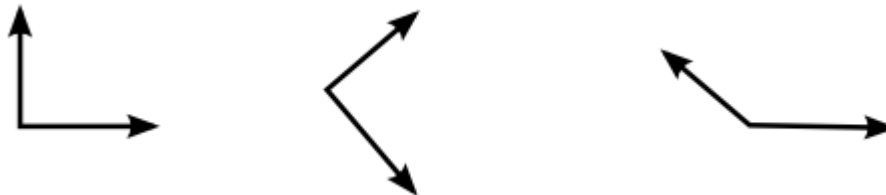
Newtonův 1. zákon: rovnováha HB \longleftrightarrow $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$

Po složkách: $\rightarrow x: \quad -F_{1x} + F_{2x} = 0$
 $\uparrow y: \quad F_{1y} + F_{2y} - F_3 = 0$

↑ ROVNICE ROVNOVÁHY ↑



Poznámka: rovnice rovnováhy lze psát v libovolném souřadném systému



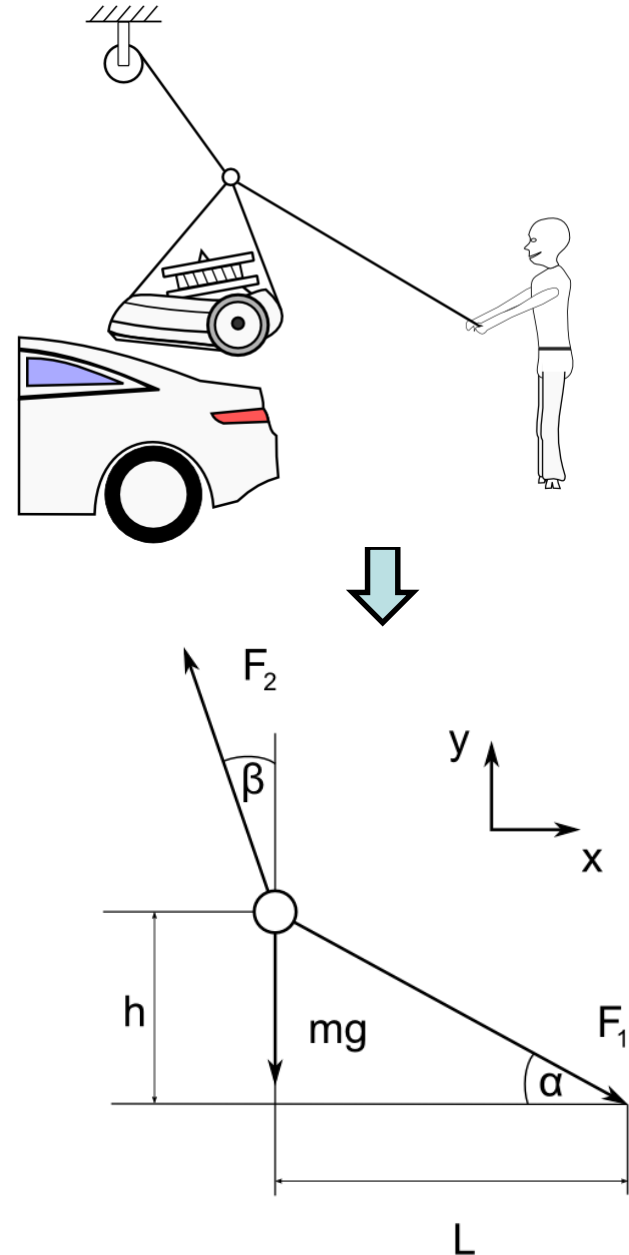


Řešení reálných problémů: uvolňovací metoda

Postup:

- 1) Izolovat těleso, o které se zajímáme
- 2) Nákres izolovaného tělesa
- 3) Náhrada působení okolních těles silami (známé / neznámé)
- 4) Volba souřadného systému
- 5) Sestavení rovnic rovnováhy / pohybových rovnic

Uvolňovací metoda = univerzální postup pro řešení problémů statiky!
(i leckterých úloh dynamiky)



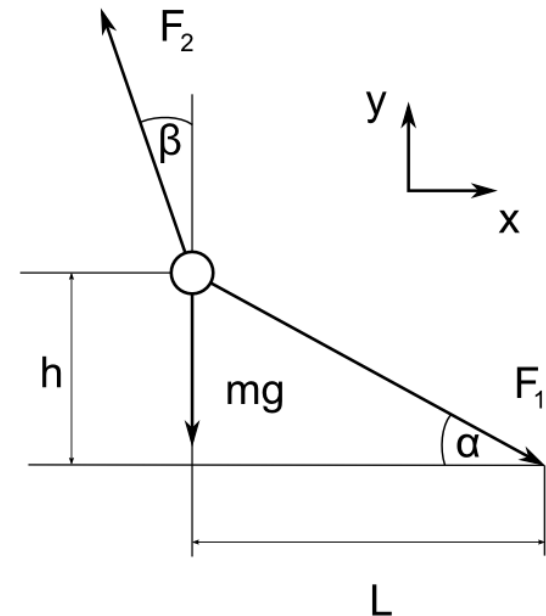
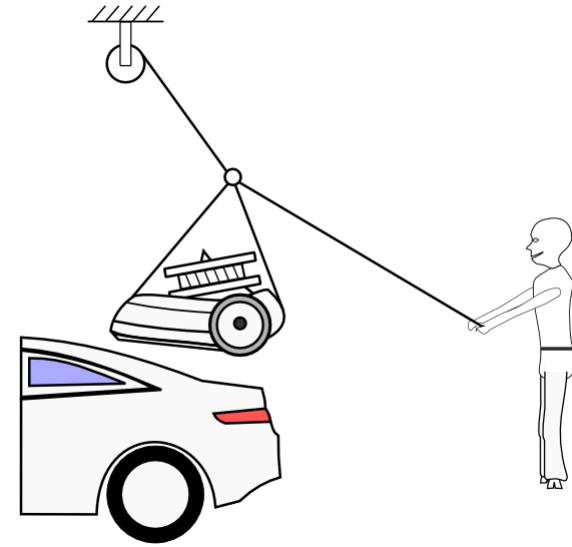


Uvolňovací metoda

Rovnice rovnováhy:

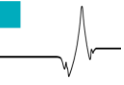
$$\rightarrow x: -F_2 \sin \beta + F_1 \cos \alpha = 0$$

$$\uparrow y: F_2 \cos \beta - F_1 \sin \alpha - mg = 0$$



Poznámky:

- 3D: tři rovnice rovnováhy
- tuhé těleso:
 - 2 RR + 1 momentová rovnice (2D – 3SV)
 - 3 RR + 3 momentové rovnice (3D – 6 SV)

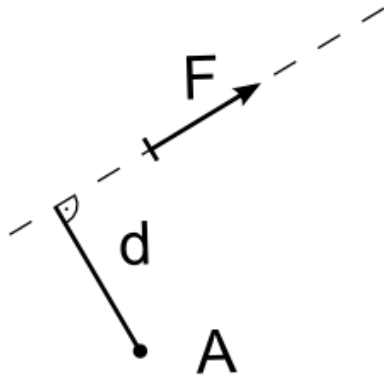


Moment síly

Petr Šidlof



Moment síly

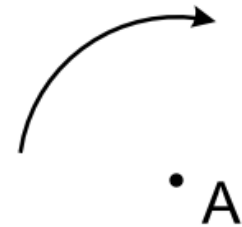


$$M_A = d \cdot F$$

$$[M_A] = \text{N} \cdot \text{m}$$

d .. rameno síly
F .. velikost síly

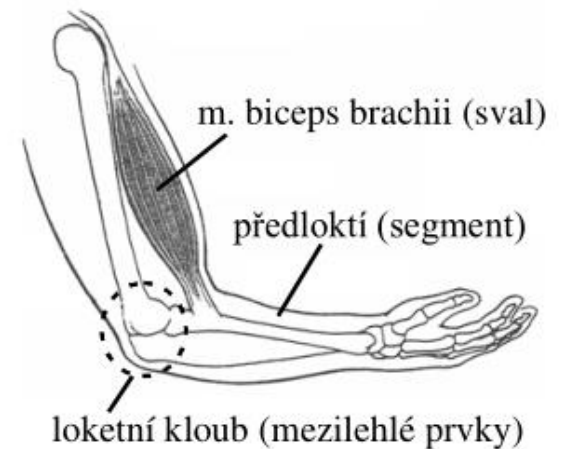
moment .. vyjadřuje **otáčivé** účinky síly vůči bodu (ose)



Orientace (konvence)

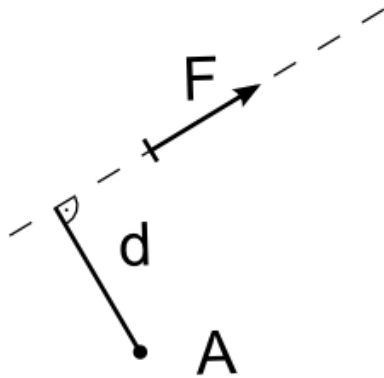


Příklad:

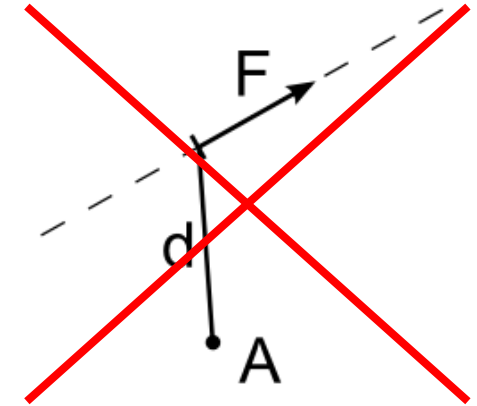




Výpočet momentu



$$M_A = d \cdot F$$



!! častá chyba!!

Problém – určení ramene d:

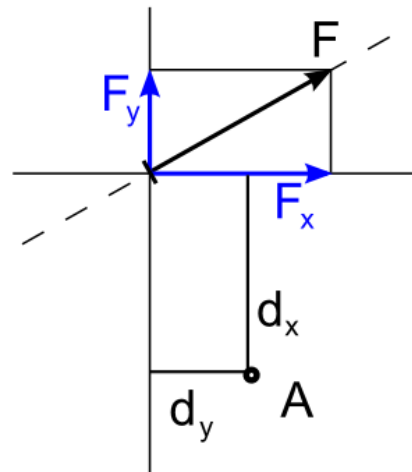
- analytická geometrie
- trigonometrie

Jiné možnosti:

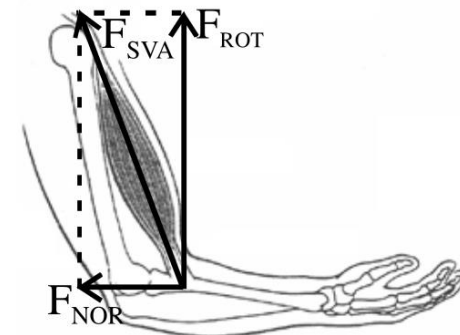
- rozklad síly na složky

$$M_A = (-d \cdot F) = -d_x \cdot F_x - d_y \cdot F_y$$

- vektorový výpočet



Příklad:

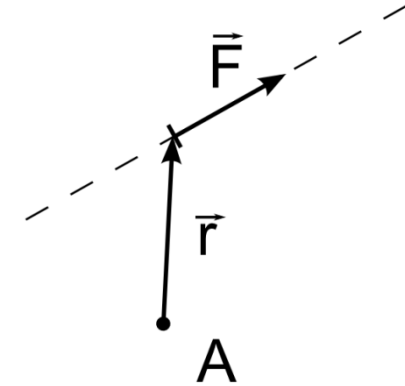


Vektorové vyjádření momentu síly

$$\vec{M}_A = \vec{r} \times \vec{F}$$

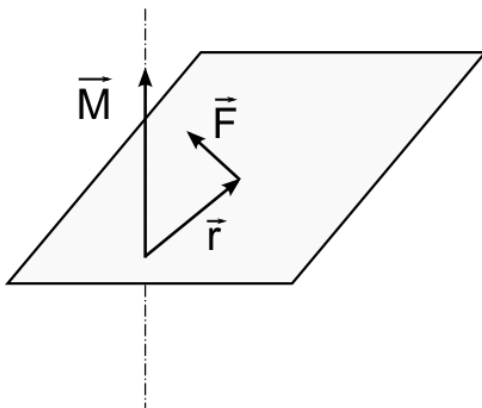
\vec{M}_A .. moment síly k bodu

\vec{r} .. od středu k lib. bodu na nositelce



$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{M} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Moment je vektor kolmý na rovinu danou vektory \vec{r}, \vec{F} , $|\vec{M}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin(\alpha)$



Poznámky

- pořadí ve vektorovém součinu je důležité
- pravidlo pravé ruky

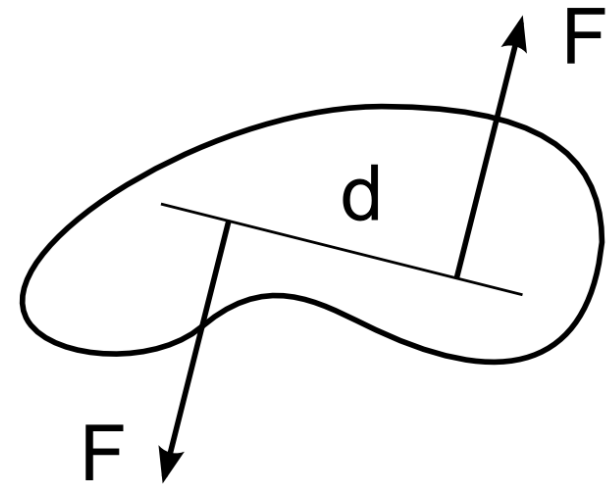


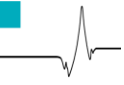
Moment dvojice sil

$$M = d \cdot F$$

Dvojice sil – nemá silové účinky, pouze otáčivé účinky

Moment dvojice sil je stejný k **libovolnému** bodu



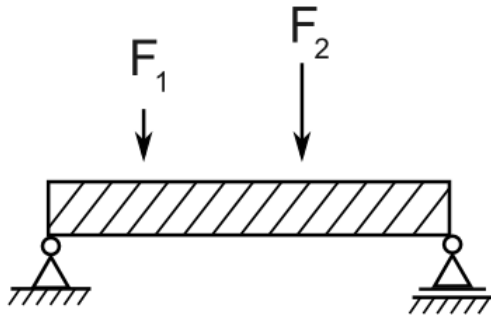


Spojitě rozložené zatížení

Petr Šidlof

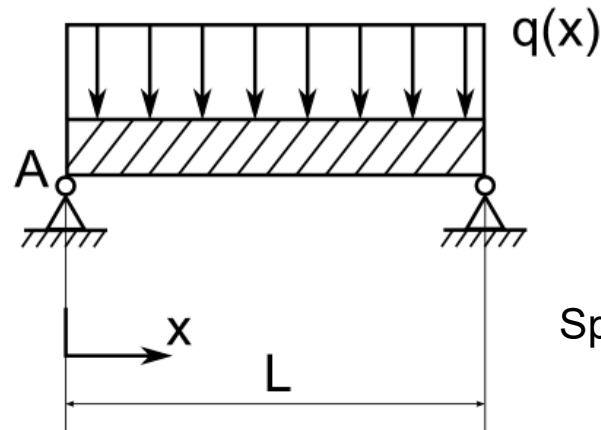


Spojitě rozložené zatížení



Osamělé síly

vs.

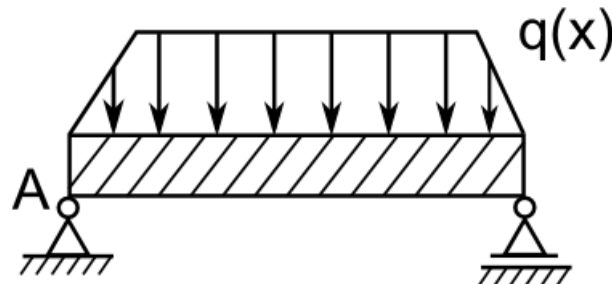


Spojitě zatížení

$q(x)$.. síla na jednotku délky (plochy) – dáno funkcí

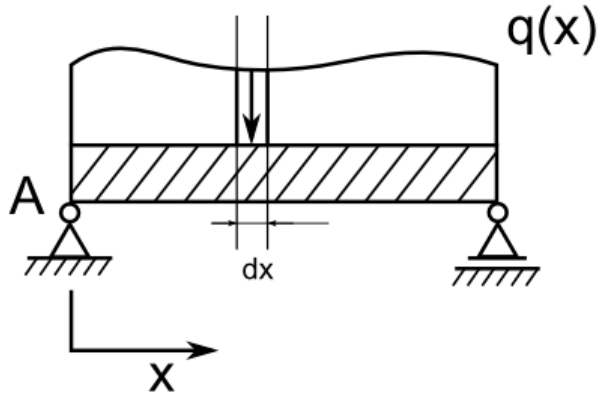
$$[q] = \text{N/m} \text{ nebo } \text{N/m}^2$$

Zatěžovací obrazec:





Náhrada spojitého zatížení silou a momentem



1. Silové působení

$$dF = q(x)dx$$

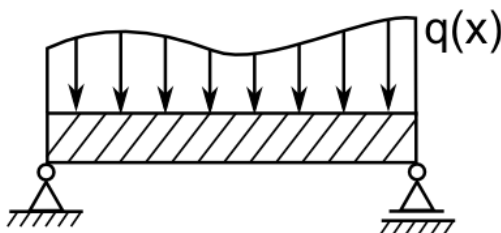
$$F = \int_0^L q(x)dx \quad \text{.. plocha pod zatěžovacím obrazcem}$$

2. Momentové působení

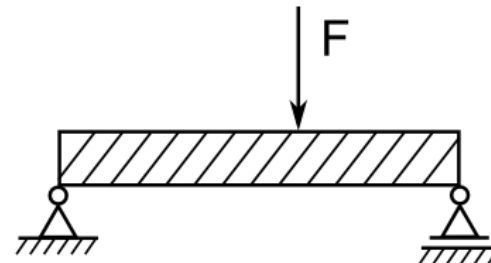
$$dM_A = x \cdot q(x)dx$$

$$M_A = \int_0^L x \cdot q(x)dx$$

→ spojité zatížení lze nahradit silou F (rovnou ploše zatěžovacího obrazce) působící v těžišti zatěžovacího obrazce



tuhé těleso





Postup při nahrazení spojitého zatížení

- Spojité zatížení dáno jednou funkcí \rightarrow integrace, nahrazení silou (a momentem)
- Spojité zatížení dáno po částech definovanou funkcí \rightarrow pro výpočet lze obrazec rozdělit a podle situace buď nahradit soustavou sil nebo síly složit

