5. lekce

Rovinná napjatost – tenzometrická růžice

Obsah:

5.1 – Úvod

Při měření s odporovými tenzometry reaguje snímač na poměrné prodloužení ve směru osy tenzometru, relativně v malé míře i na deformaci kolmou k tomuto směru. Snímač tedy nereaguje na zkos či na deformaci způsobenou smykem. Naměřenou hodnotu odporové změny *DR/R* nebo přímo poměrné prodloužení *e* je zpravidla nutné přepočítat na napětí, které je rozhodující pro posouzení namáhání součástí.

Při měření jednoosé napjatosti (viz 2. a 3. lekce) je snímač orientován ve směru napětí.

Platí tedy

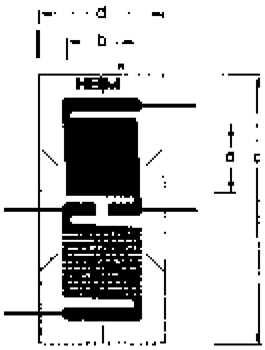
$$s = e \cdot E \,,$$

kde s je hledané napětí [MPa]

e je naměřené poměrné prodloužení

E je modul pružnosti materiálu [MPa]

Při vyšetřování dvojosé napjatosti se známými směry hlavních napětí (lekce 4) je nutné měřit deformaci v obou těchto směrech. Pro tento účel se používá snímačů dvou, nebo tenzometrického kříže se dvěma vzájemně kolmo orientovanými vinutími.



Obr. 5.1

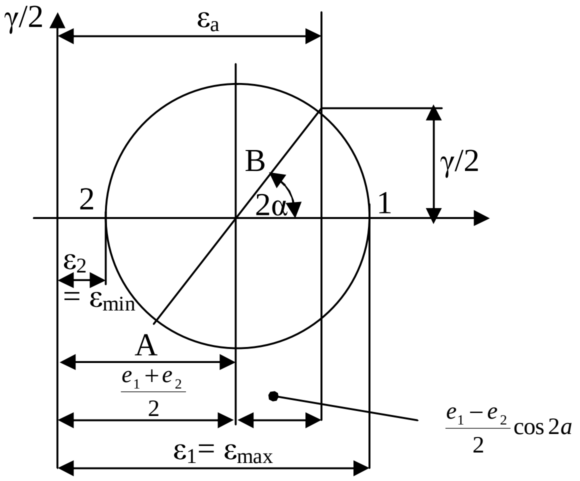
Z velikosti obou těchto deformací ε_1 a ε_2 je možné určit velikost hlavních napětí s_1 a s_2.

5.2 – Rovinná napjatost

Při vyšetřování rovinné napjatosti s neznámými směry hlavních napětí se nepodaří výrazně orientovat tenzometrický kříž do směrů maximálního a minimálního napětí.

Obdobně jako v Mohrově kružnici pro napětí (4.lekce) lze zachytit vztah mezi deformací e a zkosem g v určitém místě na povrchu prostřednictvím Mohrovy kružnice pro deformaci.

Na obr. 5.2 je uvedena Mohrova kružnice pro deformaci. Deformace e_a je odchýlena od maximální deformace o úhel a a tedy v Mohrově kružnici ve stejném smyslu o úhel $2a$.



Obr. 5.2

Pro e_a platí vztah

$$e_a = \frac{e_{\max} + e_{\min}}{2} + \frac{e_{\max} - e_{\min}}{2} \cos 2a$$

Jestliže si v dalším zavedeme označení

$$A = \frac{e_1 + e_2}{2} \qquad B = \frac{e_1 - e_2}{2}$$

obdržíme rovnici pro e_a ve tvaru

$$e_1 = A + B \qquad e_2 = A - B$$

Jak je zřejmé z obrázku 5.2, hodnota A představuje vzdálenost středu Mohrovy kružnice deformací od počátku, hodnota B představuje poloměr téže kružnice.

5.3 – Tenzometrická růžice

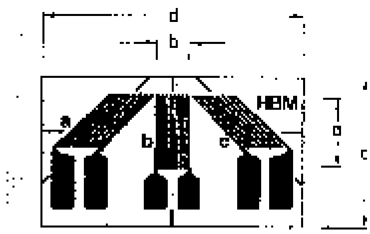
Abychom mohli stanovit neznámé hodnoty e_1 , e_2 a odchylku a snímače $\underline{a}$ od směru hlavního napětí, je nutné znát deformace alespoň ve třech směrech e_a , e_b a e_c , odkloněných od směru hlavních napětí resp. deformace e_1 o úhel a, b a g.

Tyto směry mohou být v zásadě voleny zcela libovolně. S ohledem na zjednodušení výpočtu je však výhodné volit je v určitém úhlu. Proto se zhotovují tzv. <u>tenzometrické růžice</u>, obsahující tři nebo čtyři měrná vinutí na společném podkladě. Tím je jednak zajištěna přesná vzájemná poloha jednotlivých vinutí a jednak usnadněna instalace.

Při experimentální analýze napjatosti se používají následující typy růžic.

a) <u>Pravoúhlá růžice</u>

Tato růžice (obr. 5.3) je nejběžnější typ a užívá se tam, kde lze směry hlavních napětí alespoň přibližně odhadnout. Vztahy pro maximální a minimální deformaci a napětí v daném místě instalace pravoúhlé růžice jsou následující.



Obr. 5.3 - Označení růžice HBM – RY81

<u>Maximální a minimální deformace:</u>

$$e_{\max} = \frac{1}{2}(e_a + e_b) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(e_a - e_b)^2 + (e_b - e_c)^2}$$

$$e_{\min} = \frac{1}{2}(e_a + e_b) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(e_a - e_b)^2 + (e_b - e_c)^2}$$

<u>Maximální a minimální napětí:</u>

$$s_{\max} = \frac{E}{2}\left\{\frac{1}{(1-u)} \cdot (e_a + e_c) + \frac{1}{1+u} \cdot \sqrt{(e_a - e_c)^2 + [2e_b - (e_a + e_c)]^2}\right\}$$

$$s_{\min} = \frac{E}{2}\left\{\frac{1}{(1-u)} \cdot (e_a + e_c) - \frac{1}{1+u} \cdot \sqrt{(e_a - e_c)^2 + [2e_b - (e_a + e_c)]^2}\right\}$$

Maximální smykové napětí :

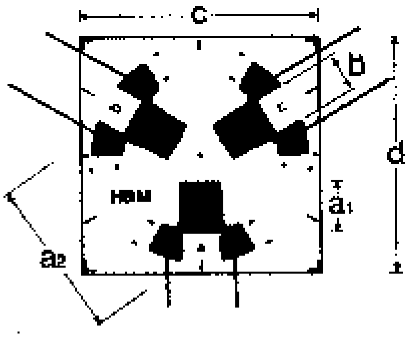
$$t_{max} = \frac{1}{2}\left(s_{max} - s_{min}\right) = \frac{E}{2\left(1+u\right)}\sqrt{\left(e_a - e_c\right)^2 + \left[2e_b - \left(e_a + e_c\right)\right]^2}$$

Úhel mezi osou $\underline{a}$ tenzometru a směrem maximálního napětí:

$$a = \frac{1}{2} arc\,tg \cdot \left[\frac{2e_b - \left(e_b + e_c\right)}{e_a - e_c}\right]$$

b) Rovnostranná růžice s uhlem 60°

Tato růžice se používá na místech, ve kterých nelze odhadnout směry maximálního a minimálního napětí. Růžice je často označována jako *DELTA* – růžice (viz.obr. 5.4).



Obr. 5.4 - Označení růžice HBM – RY 41

Maximální a minimální deformace:

$$e_{max} = \frac{1}{3}\left(e_a + e_b + e_c\right) + \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\left(e_a - e_b\right)^2 + \left(e_b - e_c\right)^2 + \left(e_c - e_a\right)^2}$$

$$e_{min} = \frac{1}{3}\left(e_a + e_b + e_c\right) - \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{\left(e_a - e_b\right)^2 + \left(e_b - e_c\right)^2 + \left(e_c - e_a\right)^2}$$

Maximální a minimální napětí:

$$s_{max} = E\left\{\frac{1}{3\left(1-u\right)} \cdot \left(e_a + e_b + e_c\right) + \frac{1}{1+u} \cdot \sqrt{\left(e_a - \frac{e_a + e_b + e_c}{3}\right)^2 + \left(\frac{e_c - e_b}{\sqrt{3}}\right)^2}\right\}$$

$$s_{min} = E\left\{\frac{1}{3\left(1-u\right)} \cdot \left(e_a + e_b + e_c\right) - \frac{1}{1+u} \cdot \sqrt{\left(e_a - \frac{e_a + e_b + e_c}{3}\right)^2 + \left(\frac{e_c - e_b}{\sqrt{3}}\right)^2}\right\}$$

Maximální smykové napětí:

$$t_{\max} = \frac{E}{2(1+u)}\sqrt{\left(e_a - \frac{e_a + e_b + e_c}{3}\right)^2 + \left[\frac{(e_c - e_b)}{\sqrt{3}}\right]^2}$$

Úhel mezi osou ***a*** tenzometru a směrem maximálního napětí:

$$a = \frac{1}{2} arc\ tg \cdot \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{3}}(e_c - e_b)}{e_a - \frac{e_a + e_b + e_c}{3}}\right]$$

5.4 – Posouzení přípustnosti naměřených hodnot deformace, resp. vyhodnocených napět

Po experimentálním vyšetření napjatosti se nelze spokojit pouze konstatováním velikosti naměřené deformace, resp. vyhodnoceného napětí, ale existující hodnotu je nutné posoudit ve vztahu ke spolehlivému provozu vyšetřované součásti.

Mezní stav strojní součásti nebo konstrukce je stav, ve kterém dochází ke ztrátě požadované funkce. Takovým mezním stavem může být vznik:

- nadměrných plastických deformací
- únavového lomu
- náhlého křehkého lomu
- elastické nestability

Pro každý mezní stav lze definovat určitou funkci *f*, která při dosažení mezního stavu nabývá mezní hodnoty f_m.

Mezní stav nastává, když: $f=f_m$

Přípustný provozní stav bude dán podmínkou: $f<f_m$ nebo $f=f_m/k$, kde $k>1$ je míra bezpečnosti provozního stavu vůči meznímu stavu.

Nejstarším a dosud nejrozšířenějším předpokladem k dimenzování strojních součástí je předpoklad, že mezní hodnota f_m je pouze materiálová veličina, kterou lze stanovit prostřednictvím jednoosého tahu a tlaku.

Volbou zmíněné funkce *f* byly v minulosti formulovány tzv. pevnostní hypotézy, resp. pevnostní podmínky. Prakticky se pro stojní součásti rozlišují dvě skupiny pevnostních podmínek, a to pro

a) tvárné materiály

b) křehké materiály

Pevnostní podmínka maximálního smykového napětí – Guestova (Trescova) hypotéza

Tato podmínka je vhodná pro posouzení vzniku nadměrných plastických deformací.

Platí:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_k ,$$

$$f = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} ,$$

$$f_m = \sigma_k ,$$

kde σ_k je napětí na mezi kluzu.

Pevnostní podmínka HMH

HMH hypotéza je též vhodná pro posouzení vzniku plastických deformací ve vyšetřované součásti. Pro rovinnou napjatost platí:

$$\sqrt{s_{max}^{2} - s_{max} s_{min} + s_{min}^{2}} = s_{k} \,,$$

tj.

$$f = \sqrt{s_{max}^{2} - s_{max} s_{min} + s_{min}^{2}} \,,$$

$$f_m = s_{k} \,.$$

Pevnostní podmínka podle Saint Venanta

Tato podmínka vychází z předpokladu, že rozhodující veličinou je maximální poměrné prodloužení ε_{max}. Podmínka je vhodná pro křehké materiály.